المركز الوطني
لتطوير المناهج
National Center
for Curriculum
Development

الرياضيات

الصف الحادي عشر - المسار الأكاديمي

الفصل الدراسي الثاني

11

إجابات التمارين

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

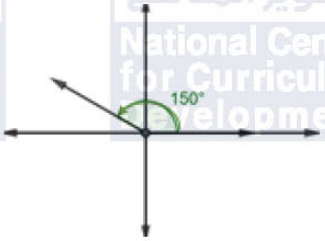
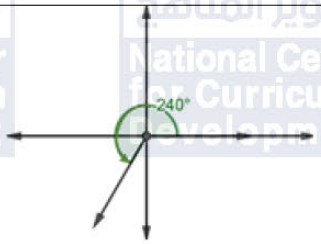
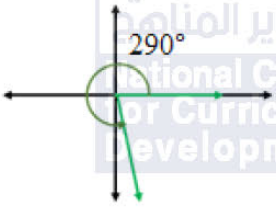
06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

جابات كتاب التمارين للصف 11 خطة جديدة- الفصل الدراسي الثاني

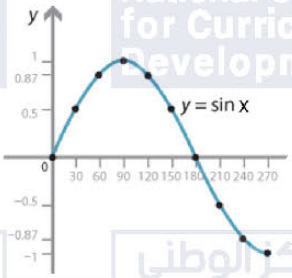
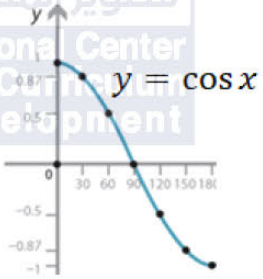
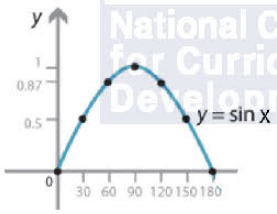
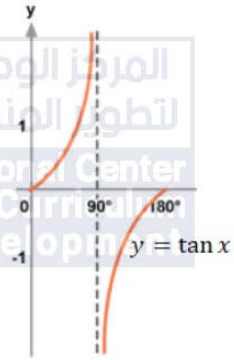
الوحدة الرابعة: الاقترانات المثلثية

أستعد لدراسة الوحدة

	رسم الزاوية في الوضع القياسي صفحة 6
1	 ضلع انتهاء الزاوية يقع في الربع الثاني
2	 ضلع انتهاء الزاوية يقع في الربع الثالث
3	 ضلع انتهاء الزاوية يقع في الربع الرابع
4	 ضلع انتهاء الزاوية يقع على المحور x السالب

	إيجاد طول القوس ومساحة القطاع الدائري صفحة 6
5	$l = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = 10\pi$ $A = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (10)^2 = 50\pi$
6	$l = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = 5\pi$ $A = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (10)^2 = 25\pi$
7	$l = \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = 2.5\pi$ $A = \frac{45^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (10)^2 = 12.5\pi$
8	$l = \frac{135^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 7 = 5.25\pi$ $A = \frac{135^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (7)^2 = 18.375\pi$
9	$l = \frac{270^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 11 = 16.5\pi$ $A = \frac{270^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (11)^2 = 90.75\pi$
10	$l = \frac{310^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 8 = \frac{124}{9}\pi$ $A = \frac{310^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (8)^2 = \frac{496}{9}\pi$
	إيجاد النسب المثلثية لزوايا في المثلث قائم الزاوية صفحة 7
11	$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ $\sin A = \frac{5}{13}, \quad \cos A = \frac{12}{13}, \quad \tan A = \frac{5}{12}$
12	$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ $\sin A = \frac{7}{25}, \quad \cos A = \frac{24}{25}, \quad \tan A = \frac{7}{24}$

13	$c=\sqrt{b^2-a^2}=\sqrt{225-64}=\sqrt{161}$ $\sin A=\frac{8}{15},\quad \cos A=\frac{\sqrt{161}}{15},\quad \tan A=\frac{8}{\sqrt{161}}$
14	$e=\sqrt{f^2-d^2}=\sqrt{225-144}=\sqrt{81}=9$ $\sin E=\frac{9}{15},\quad \cos E=\frac{12}{15},\quad \tan E=\frac{9}{12}$
15	$f=\sqrt{e^2+d^2}=\sqrt{144+1225}=\sqrt{1369}=37$ $\sin E=\frac{12}{37},\quad \cos E=\frac{35}{37},\quad \tan E=\frac{12}{35}$
16	$d=\sqrt{f^2-e^2}=\sqrt{676-169}=\sqrt{507}=13\sqrt{3}$ $\sin E=\frac{13}{26}=\frac{1}{2},\quad \cos E=\frac{13\sqrt{3}}{26}=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \tan E=\frac{13}{13\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
إيجاد النسب المثلثية الأساسية باستعمال دائرة الوحدة صفحة 8	
17	$\sin\theta=\frac{15}{17},\quad \cos\theta=-\frac{8}{17},\quad \tan\theta=-\frac{15}{8}$
18	$\sin\theta=\frac{5}{13},\quad \cos\theta=-\frac{12}{13},\quad \tan\theta=-\frac{5}{12}$
19	$\sin\theta=0,\quad \cos\theta=1,\quad \tan\theta=0$
إيجاد قيم النسب المثلثية للزاويا ضمن الدورة الواحدة صفحة 9	
20	$\cos 120^\circ=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}$
21	$\sin 225^\circ=-\sin 45^\circ=-\frac{1}{\sqrt{2}}$
22	$\tan 330^\circ=-\tan 30^\circ=-\frac{1}{\sqrt{3}}$
23	$\cos 315^\circ=\cos 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$

24	$\tan 240° = \tan 60° = \sqrt{3}$
25	$\sin 210° = -\sin 30° = -\frac{1}{2}$
	تمثيل اقتراني الجيب وجيب التمام والظل صفحة 9
26	$y = \sin x \ , \quad 0° \le x \le 270°$ 
27	$y = \cos x \ , \quad 0° \le x \le 180°$ 
	رسم جديد
28	$y = \sin x \ , \quad 0° \le x \le 180°$ 
29	$y = \tan x \ , \ 0° \le x \le 180°$ 

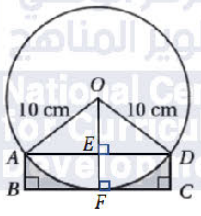
الدرس الأول: قياس الزاوية بالراديان

1	$225° \times \frac{\pi}{180°} = \frac{5\pi}{4}$
2	$840° \times \frac{\pi}{180°} = \frac{14\pi}{3}$
3	$\frac{11\pi}{6} \times \frac{180°}{\pi} = 330°$
4	$-\frac{23\pi}{4} \times \frac{180°}{\pi} = -1035°$
5	$A = \frac{1}{2}(20)^2(2\pi - 0.6) \approx 1136.64\ cm^2$
6	$64 = \frac{1}{2}(x+6)^2(2) - \frac{1}{2}(6)^2(2) \implies (x+6)^2 = 100$ $\implies x + 6 = 10 \implies x = 4\ cm$
7	$s = \frac{2\pi}{3}\ ft$ $A = \frac{2\pi}{3}\ ft^2$
8	$s = \frac{2\pi}{3}\ m$ $A = \frac{4\pi}{3}\ m^2$
9	$s = \frac{14\pi}{3}\ yd$ $A = 28\pi\ yd^2$
10	$72 = \pi r^2 \implies r^2 = \frac{72}{\pi}$ $A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times \frac{72}{\pi} \times \frac{\pi}{6} = 6\ cm^2$
11	$288 = \frac{1}{2}(24)^2\theta \implies \theta = 1$
12	$\omega = \frac{16\pi}{15} rad/s \approx 3.35\ rad/s$ $v(t) = \frac{32\pi}{15} ft/s \approx 6.70\ ft/s$

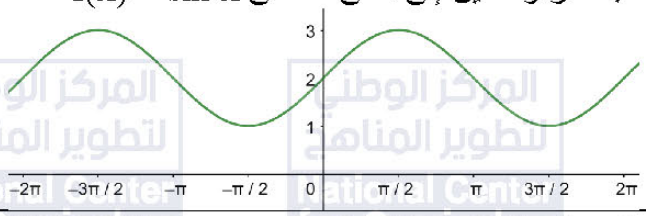
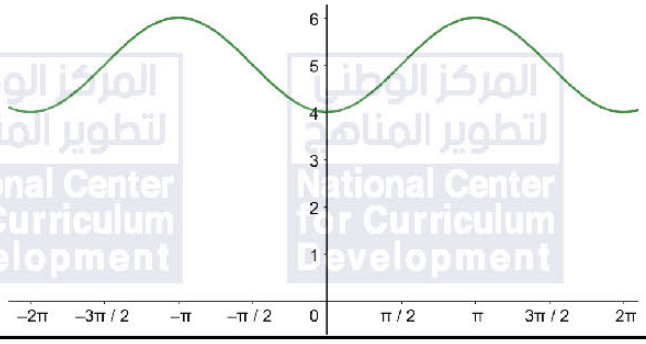
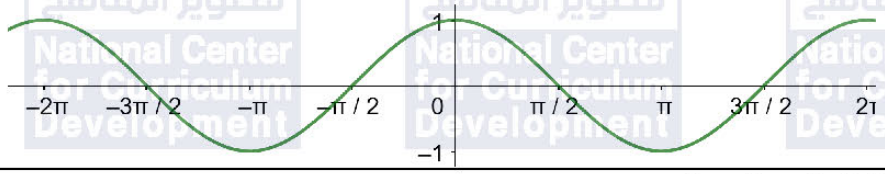
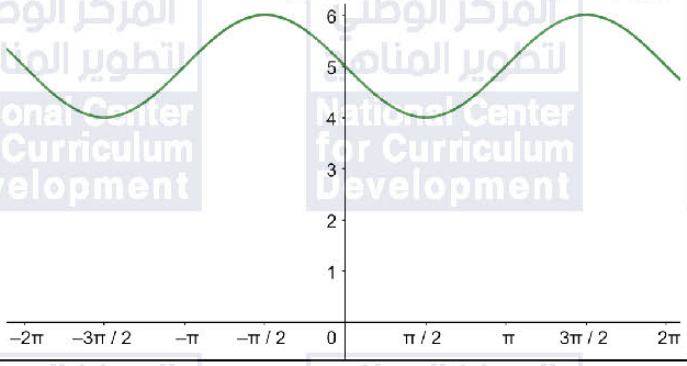
1	$\sin\theta = \frac{8}{17}, \quad \cos\theta = \frac{15}{17}, \quad \tan\theta = \frac{8}{15}$ $\csc\theta = \frac{17}{8}, \quad \sec\theta = \frac{17}{15}, \quad \cot\theta = \frac{15}{8}$
	$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$ $\sin\theta = \frac{12}{15}, \quad \cos\theta = \frac{9}{15}, \quad \tan\theta = \frac{12}{9}$ $\csc\theta = \frac{15}{12}, \quad \sec\theta = \frac{15}{9}, \quad \cot\theta = \frac{8}{15}$
3	$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $\sin\theta = \frac{2}{3}, \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \tan\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\csc\theta = \frac{3}{2}, \quad \sec\theta = \frac{3}{\sqrt{5}}, \quad \cot\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$
4	$r = \sqrt{(-6)^2 + (6)^2} = 6\sqrt{2}$ $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}, \quad \tan\theta = -1$ $\csc\theta = \sqrt{2}, \quad \sec\theta = -\sqrt{2}, \quad \cot\theta = -1$
5	$r = \sqrt{(5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$ $\sin\theta = -\frac{3}{\sqrt{34}}, \quad \cos\theta = \frac{5}{\sqrt{34}}, \quad \tan\theta = -\frac{3}{5}$ $\csc\theta = -\frac{\sqrt{34}}{3}, \quad \sec\theta = \frac{\sqrt{34}}{5}, \quad \cot\theta = -\frac{5}{3}$
6	$r = \sqrt{(-8)^2 + (15)^2} = 17$ $\sin\theta = \frac{15}{17}, \quad \cos\theta = \frac{-8}{17}, \quad \tan\theta = -\frac{15}{8}$ $\csc\theta = \frac{17}{15}, \quad \sec\theta = -\frac{17}{8}, \quad \cot\theta = -\frac{8}{15}$

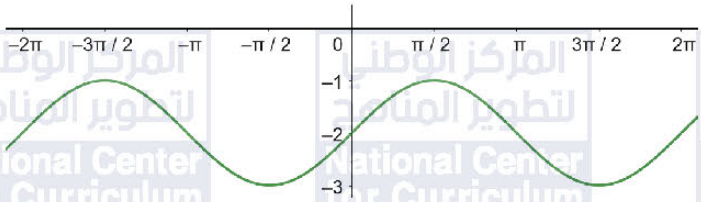
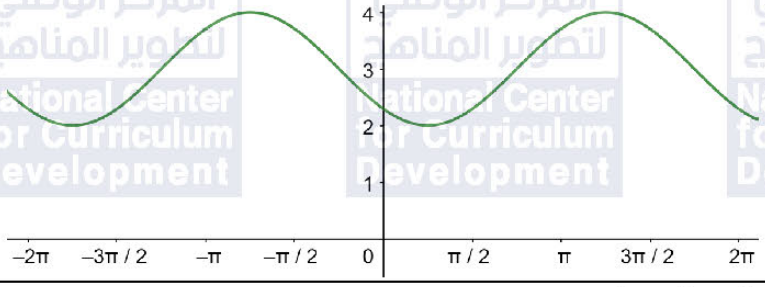
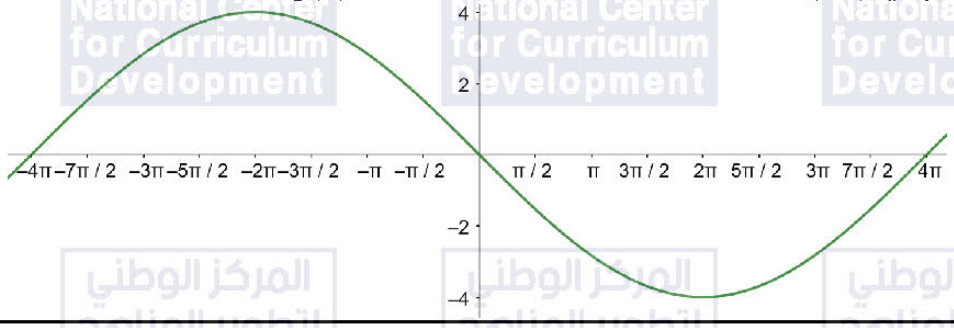
7	$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$
8	$\cos\frac{7\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$
9	$\tan\frac{13\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
10	$\sec(-150°)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$
11	$\cot\frac{4\pi}{3}=\sqrt{3}$
12	$\sin 300°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$
13	$\sin\theta=\frac{1}{2}$, $\cos\theta=-\sqrt{1-\frac{1}{4}}=-\sqrt{\frac{3}{4}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan\theta=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\csc\theta=2$, $\sec\theta=-\frac{2}{\sqrt{3}}$, $\cot\theta=-\sqrt{3}$
14	$\cot\theta=1\Rightarrow\sin\theta=\cos\theta$ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1\Rightarrow 2\sin^2\theta=1\Rightarrow\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan\theta=1, \csc\theta=\sqrt{2}$, $\sec\theta=\sqrt{2}$, $\cot\theta=1$
15	$\sin\theta=-\frac{1}{5}$, $\cos\theta=\sqrt{1-\frac{1}{25}}=\sqrt{\frac{24}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\tan\theta=-\frac{1}{2\sqrt{6}}$ $\csc\theta=-5$, $\sec\theta=\frac{5}{2\sqrt{6}}$, $\cot\theta=-2\sqrt{6}$

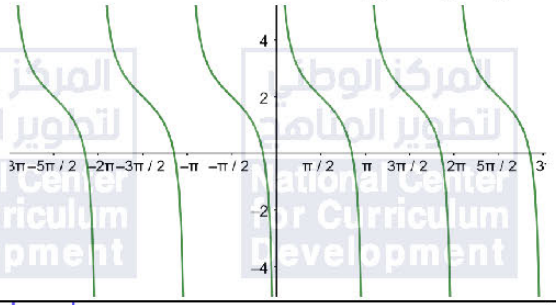
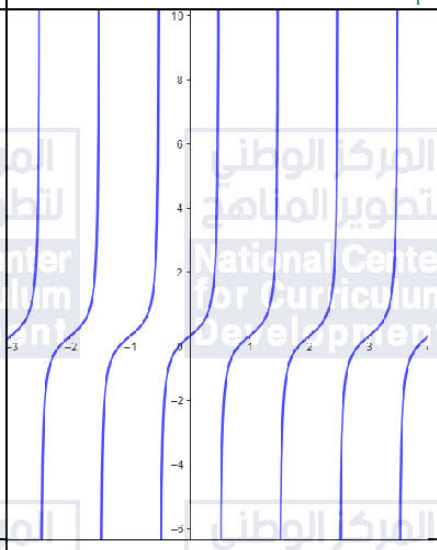
	$\sec\theta=\sqrt{3}\Rightarrow\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\sin\theta=-\sqrt{1-\frac{1}{3}}=-\sqrt{\frac{2}{3}}=-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
16	$\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\ ,\quad \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}\ ,\quad \tan\theta=-\sqrt{2}$ $\csc\theta=-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\ ,\quad \sec\theta=\sqrt{3}\ ,\quad \cot\theta=-\frac{1}{\sqrt{2}}$
17	$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$ $\sin\theta=-\frac{3}{5}\ ,\quad \cos\theta=\frac{4}{5}\ ,\quad \tan\theta=-\frac{3}{4}$ $\csc\theta=-\frac{5}{3}\ ,\quad \sec\theta=\frac{5}{4}\ ,\quad \cot\theta=-\frac{4}{3}$
18	$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ $\sin\theta=-\frac{4}{5}\ ,\quad \cos\theta=-\frac{3}{5}\ ,\quad \tan\theta=\frac{4}{3}$ $\csc\theta=-\frac{5}{4}\ ,\quad \sec\theta=-\frac{5}{3}\ ,\quad \cot\theta=\frac{3}{4}$
19	$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{144+81}=\sqrt{225}=15$ $\sin\theta=-\frac{3}{5}\ ,\quad \cos\theta=-\frac{4}{5}\ ,\quad \tan\theta=\frac{3}{4}$ $\csc\theta=-\frac{5}{3}\ ,\quad \sec\theta=-\frac{5}{4}\ ,\quad \cot\theta=\frac{4}{3}$
20	$f\left(\frac{4\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)+f\left(\frac{4\pi}{3}\right)+f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ $=\sin\left(\frac{4\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ $=\sin\left(\frac{9\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ $=\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ $=-1+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{1}{2}$ $=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

21	$(h \circ g)\left(\frac{17\pi}{3}\right) = 2\cos\left(\frac{17\pi}{3}\right) = 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1$
22	$(h \circ f)\left(\frac{11\pi}{4}\right) = 2\sin\left(\frac{11\pi}{4}\right) = 2\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$
23	$\cos 560^\circ = \cos 200^\circ = -\cos 20^\circ = -0.940$
24	$\sin 430^\circ = \sin 70^\circ = 0.940$
25	$\sin 470^\circ = \sin 110^\circ = \sin 70^\circ = 0.940$
26	$\cos(-380^\circ) = \cos 340^\circ = \cos 20^\circ = 0.940$
27	ليكن قياس الزاوية AOD يساوي θ ، بتطبيق قانون جيب التمام نجد أنّ: $\cos\theta = \frac{10^2+10^2-16^2}{2(10)(10)} = -0.28 \Rightarrow \theta \approx 1.85 \text{ rad}$
28	لتكن F نقطة التماس، فإنّ: $\overline{OF}$ يعامد $\overline{BC}$، ويعامد $\overline{AD}$ $OE = \sqrt{10^2-8^2} = \sqrt{36} = 6$ $EF = OF - OE = 10 - 6 = 4 \Rightarrow AB = 4$ مساحة المنطقة المظللة تساوي مساحة المستطيل ABCD مضافًا إليها مساحة المثلث OAD مطروحًا منهما مساحة القطاع الدائري OAFD وهي تساوي: $16 \times 4 + \frac{1}{2} \times 16 \times 6 - \frac{1}{2}(10^2)(1.85) \approx 19.5$ إذن، مساحة المنطقة المظللة تساوي 19.5 cm^2 تقريبًا. 
29	$TA = 8\tan 1.1 \approx 15.72\ cm$
30	$A = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 15.72\right) - \left(\frac{1}{2} \times 8^2 \times 2.2\right) \approx 55.36\ cm^2$

الدرس الثالث: تمثيل الاقترانات المثلثية بيانيًّا

1	السعة : 1 ، طول الدورة : 2π منحنى $g(x)$ هو إزاحة بمقدار وحدتين إلى أعلى لمنحنى $f(x) = \sin x$ 
2	السعة : 1 ، طول الدورة : 2π منحنى $g(x)$ هو انعكاس حول المحور x لمنحنى $f(x) = \cos x$، متبوع بإزاحة بمقدار 5 وحدات إلى أعلى 
3	السعة : 1 ، طول الدورة : 2π منحنى $g(x)$ هو انعكاس حول المحور x لمنحنى $f(x) = \cos x$، متبوع بإزاحة بمقدار π وحدة إلى اليسار ، والنتيجة هي منحنى $f(x) = \cos x$ نفسه. 
4	السعة :1 ، طول الدورة : 2π منحنى $g(x)$ هو انعكاس حول المحور x لمنحنى $f(x) = \cos x$، متبوع بإزاحة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ وحدة إلى اليمين، وإزاحة أخرى بمقدار 5 وحدات إلى الأعلى. 

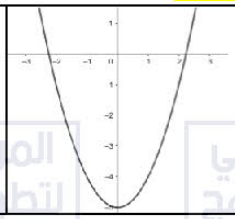
5	السعة : 1 ، طول الدورة : 2π منحنى $g(x)$ هو انعكاس حول المحور x لمنحنى $f(x) = \sin x$، متبوع بإزاحة بمقدار π وحدة إلى اليمين، وإزاحة أخرى بمقدار وحدتين إلى الأسفل. 
6	السعة : 1 ، طول الدورة : 2π منحنى $g(x)$ هو إزاحة لمنحنى $f(x) = \cos x$ بمقدار $\frac{3\pi}{4}$ وحدة إلى اليسار، متبوعة بإزاحة بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى. 
7	السعة : 4 ، طول الدورة : 8π منحنى $g(x)$ هو انعكاس لمنحنى $f(x) = \sin x$ حول المحور x، وتوسيع أفقي معامله 4، وتوسيع رأسي معامله 4. أي يُضرب الإحداثي x للنقاط المفتاحية لمنحنى $f(x) = \sin x$ في 4، ويُضرب الإحداثي y في (4 -) للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى $g(x)$. 

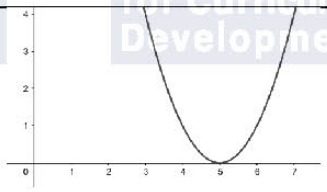
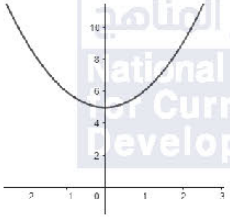
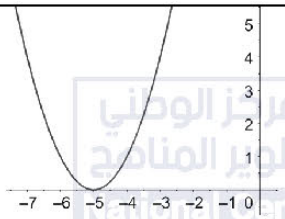
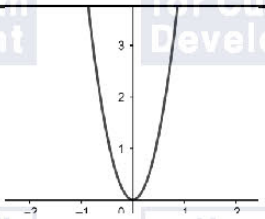
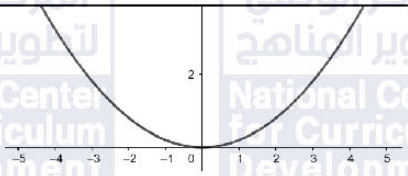
8	السعة غير معرفة ، طول الدورة : π منحنى $g(x)$ هو انعكاس لمنحنى $f(x) = \tan x$ حول المحور x، وإزاحة لليسار مقدارها $\frac{\pi}{2}$ ، وإزاحة أخرى إلى الأعلى مقدارها وحدتان. 
9	السعة غير معرفة ، طول الدورة : 1 منحنى $g(x)$ هو تضييق أفقي لمنحنى $f(x) = \tan x$ معامله $\frac{1}{\pi}$، وتضييق رأسي معامله $\frac{1}{2}$. 
10	السعة : 4 ، طول الدورة : 2π ، $y = 4 \sin x$
11	السعة : 2 ، طول الدورة : 2π ، $y = 2 \cos x$
12	السعة : $\frac{1}{10}$ ، طول الدورة : π ، $y = -\frac{1}{10} \sin 2x$ أو $y = -\frac{1}{10} \cos 2(x - \frac{\pi}{4})$
13	دورة هذا الاقتران $\frac{2}{5}$، وسعته 5 $\frac{2}{5} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = 5\pi$ إذن معادلته هي: $d(t) = 5 \sin 5\pi t$
14	$y = a\cos bx$ لأننا لو استخدمنا اقتران الجيب، سنضطر إلى عمل إزاحة أفقية، بينما القاعدتان المقترحتان ليس فيهما إزاحة أفقية.
15	القيمة العظمى : 5 ، القيمة الصغرى : 5-، طول الدورة : π ، السعة : 5

الوحدة الخامسة: التكامل

أستعد لدراسة الوحدة

مشتقة اقتران القوة صفحة 15	
1	$\frac{dy}{dx} = 8x^3 - 10x$
2	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3	$\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{2}{5\sqrt[5]{(2x)^4}}$
4	$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^2}$
5	$\frac{dy}{dx} = 8 + \frac{1}{2x^2}$
6	$y = 6x^2 + x - 15$ $\frac{dy}{dx} = 12x + 1$
تحويل المقادير من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية، وبالعكس صفحة 15	
7	$c^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{c}$
8	$\sqrt[9]{x} = (x)^{\frac{1}{9}}$
9	$25^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{25}$
10	$\sqrt[3]{-12} = (-12)^{\frac{1}{3}}$
11	$\sqrt[5]{x^3} = (x)^{\frac{3}{5}}$
12	$(m)^{\frac{-2}{7}} = \frac{1}{\sqrt[7]{m^2}}$
13	$(6b^5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6b^5}$
14	$\sqrt{\frac{100}{y^4}} = \left(\frac{100}{y^4}\right)^{\frac{1}{2}}$

ضرب المقادير الجبرية صفحة 16	
15	$(x-3)(x+5)=x^2+2x-15$
16	$(12-4x)(1+2x)=12+20x-8x^2$
17	$(2x-5)(4x-8x^2)=-16x^3+48x^2-20x$
18	$(3x+4)^2=9x^2+24x+16$
19	$(x^2+7)^2=x^4+14x^2+49$
20	$(3x-1)(3x+1)=9x^2-1$
إيجاد قيمة اقتران عند قيمة معطاة صفحة 17	
21	$g(0)=-3$
22	$f(2)=4$
23	$f(-2)=-8$
24	$g(-4)=21$
الموقع والسرعة والتسارع للجسم المتحرك في مسار مستقيم صفحة 17	
25	$v(t)=3t^2-6$
26	$v(3)=21\ m/s$
27	$v(t)=6 \Rightarrow 3t^2-6=6 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow t=2$
28	$a(t)=6t$
29	$a(5)=30\ m^2/s$
إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة صفحة 18	
30	$f(x)=\lvert 2x+5\rvert=\begin{cases}-2x-5\ , x<-2.5\\ 2x+5\ \ , x\geq -2.5\end{cases}$
31	$f(x)=\lvert 1-4x\rvert+3=\begin{cases}4-4x\ , x<0.25\\ 4x+2\ \ , x\geq 0.25\end{cases}$
التمثيل البياني للاقترانات والتحويلات الهندسية صفحة 20	
32	 منحنى g(x) هو إزاحة للأسفل مقدارها 5 وحدات لمنحنى $f(x)=x^2$

33	 منحنى h(x) هو إزاحة لليمين مقدارها 5 وحدات لمنحنى $f(x) = x^2$
34	منحنى q(x) هو إزاحة إلى الأعلى مقدارها 5 وحدات لمنحنى $f(x) = x^2$ 
35	 منحنى t(x) هو إزاحة إلى اليسار مقدارها 5 وحدات لمنحنى $f(x) = x^2$
36	 منحنى r(x) هو توسع رأسي لمنحنى $f(x) = x^2$ معامله 5
37	 منحنى p(x) هو توسع أفقي لمنحنى $f(x) = x^2$ معامله 5

الدرس الأول: التكامل غير المحدود

1	$\int (5x-1)dx = \frac{5}{2}x^2 - x + C$
2	$\int 2x^{-4}dx = -\frac{2}{3x^3} + C$
3	$\int (6x^2 - 4x)dx = 2x^3 - 2x^2 + C$
4	$\int (3 - x - 2x^5)dx = 3x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^6 + C$
5	$\int \left(x^{-2} + x^{\frac{5}{2}}\right)dx = -x^{-1} + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$
6	$\int \left(3x^2 - \frac{2}{x^2}\right)dx = x^3 + \frac{2}{x} + C$
7	$\int \left(3x^{-2} + 6x^{-\frac{1}{2}} + x - 4\right)dx = -3x^{-1} + 12x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^2 - 4x + C$
8	$\int (10x^4 + 8x^{-3})dx = 2x^5 - 4x^{-2} + C$
9	$\int \left(\frac{2}{x^3} - 3\sqrt{x}\right)dx = \int \left(2x^{-3} - 3x^{\frac{1}{2}}\right)dx$ $= -x^{-2} - 2x^{\frac{3}{2}} + C$ $= -\frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x^3} + C$
10	$\int \left(8x^3 + 6x - \frac{4}{\sqrt{x}}\right)dx = \int \left(8x^3 + 6x - 4x^{-\frac{1}{2}}\right)dx$ $= 2x^4 + 3x^2 - 8x^{\frac{1}{2}} + C$ $= 2x^4 + 3x^2 - 8\sqrt{x} + C$

11	$\int \left(\frac{7}{x^2}+\sqrt[3]{x^4}\right)dx = \int \left(7x^{-2}+x^{\frac{4}{3}}\right)dx$ $= -7x^{-1}+\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}+C$ $= -\frac{7}{x}+\frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7}+C$
12	$\int \left(\frac{x^2}{3}+\frac{3}{x^2}\right)dx = \int \left(\frac{1}{3}x^2+3x^{-2}\right)dx$ $= \frac{1}{9}x^3-3x^{-1}+C$ $= \frac{1}{9}x^3-\frac{3}{x}+C$
13	$\int \frac{4+2\sqrt{x}}{x^2}dx = \int \left(\frac{4}{x^2}+\frac{2\sqrt{x}}{x^2}\right)dx$ $= \int \left(4x^{-2}+2x^{-\frac{3}{2}}\right)dx$ $= -4x^{-1}-4x^{-\frac{1}{2}}+C$ $= -\frac{4}{x}-\frac{4}{\sqrt{x}}+C$
14	$\int \frac{4-x^2}{2+x}dx = \int \frac{(2-x)(2+x)}{2+x}dx$ $= \int (2-x)dx$ $= 2x-\frac{1}{2}x^2+C$
15	$\int \frac{x^2-1}{x^2}dx = \int \left(\frac{x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}\right)dx$ $= \int (1-x^{-2})dx$ $= x+x^{-1}+C$ $= x+\frac{1}{x}+C$

16	$\int x\sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{3}{2}}\,dx$ $= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$ $= \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$
17	$\int \frac{x^2-64}{2x+16}dx = \int \frac{(x-8)(x+8)}{2(x+8)}dx$ $= \int \frac{1}{2}(x-8)dx$ $= \frac{1}{4}x^2 - 4x + C$
18	$\int x^2(1-x^3)dx = \int (x^2 - x^5)dx$ $= \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^6 + C$
19	$\int (x+4)^2 dx = \int (x^2 + 8x + 16)dx$ $= \frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 16x + C$
20	$\int \frac{5-x}{x^5}dx = \int \left(\frac{5}{x^5} - \frac{x}{x^5}\right)dx$ $= \int (5x^{-5} - x^{-4})dx$ $= -\frac{5}{4}x^{-4} + \frac{1}{3}x^{-3} + C$ $= -\frac{5}{4x^4} + \frac{1}{3x^3} + C$
21	$\int \frac{x^2+2x+1}{x+1}dx = \int \frac{(x+1)(x+1)}{x+1}dx$ $= \int (x+1)dx$ $= \frac{1}{2}x^2 + x + C$

22	$\int x(x+1)^2 dx = \int x(x^2+2x+1)dx$ $= \int (x^3+2x^2+x)dx$ $= \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$
23	$\int \frac{(x+3)^2}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{x^2+6x+9}{\sqrt{x}} dx$ $= \int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{6x}{\sqrt{x}} + \frac{9}{\sqrt{x}}\right) dx$ $= \int \left(x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + 9x^{-\frac{1}{2}}\right) dx$ $= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 4x^{\frac{3}{2}} + 18x^{\frac{1}{2}} + C$
24	$\int (x-5)(x+5)dx = \int (x^2-25)dx$ $= \frac{1}{3}x^3 - 25x + C$

1	$f(x)=\int(3x-2)\,dx=\frac{3}{2}x^2-2x+C$ $\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-2x+C$ $f(-1)=2\Rightarrow\frac{3}{2}+2+C=2\Rightarrow C=-\frac{3}{2}$ $\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-2x-\frac{3}{2}$
2	$f(x)=\int\frac{x+1}{\sqrt{x}}\,dx=\int\left(\frac{x}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx=\int\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)dx$ $=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}+C=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+2\sqrt{x}+C$ $\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+2\sqrt{x}+C$ $f(4)=5\Rightarrow\frac{16}{3}+4+C=5\Rightarrow C=-\frac{13}{3}$ $\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+2\sqrt{x}-\frac{13}{3}$
3	$f(x)=\int-x(x+1)\,dx=\int(-x^2-x)\,dx=-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+C$ $\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+C$ $f(-1)=5\Rightarrow\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+C=5\Rightarrow C=\frac{31}{6}$ $\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{31}{6}$
4	$f(x)=\int\left(x^3-\frac{2}{x^2}+2\right)dx=\int(x^3-2x^{-2}+2)\,dx$ $=\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{x}+2x+C$ $\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{x}+2x+C$ $f(1)=3\Rightarrow\frac{1}{4}+2+2+C=3\Rightarrow C=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{x}+2x-\frac{5}{4}$

5	$f(x)=\int\left(x+\sqrt{x}\right)dx=\int\left(x+x^{\frac{1}{2}}\right)dx=\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+C$ $\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+C=\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+C$ $f(1)=2\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+C=2\Rightarrow C=\frac{5}{6}$ $\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+\frac{5}{6}$
6	$f(x)=\int-\frac{10}{x^2}dx=\int-10x^{-2}dx=10x^{-1}+C=\frac{10}{x}+C$ $\Rightarrow f(x)=\frac{10}{x}+C$ $f(1)=15\Rightarrow 10+C=15\Rightarrow C=5$ $\Rightarrow f(x)=\frac{10}{x}+5$
7	$f(x)=\int\sqrt{x}\,dx=\int x^{\frac{1}{2}}dx=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+C=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+C$ $\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+C$ $f(9)=25\Rightarrow\frac{54}{3}+C=25\Rightarrow C=7$ $\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+7$
8	$y=\int\frac{2}{x^2}dx=\int 2x^{-2}dx=-2x^{-1}+C=-\frac{2}{x}+C$ $\Rightarrow y=-\frac{2}{x}+C$ أعوض النقطة $(2,4)$: $\Rightarrow 4=-1+C\Rightarrow C=5$ $\Rightarrow y=-\frac{2}{x}+5$

9	$y = \int (3x^2 - 12x + 8)\, dx = x^3 - 6x^2 + 8x + C$ أعوض النقطة$(0, 0)$: $0 - 0 + 0 + C = 0 \Longrightarrow C = 0$ $\Longrightarrow y = x^3 - 6x^2 + 8x$ لإيجاد الإحداثيات لنقاط تقاطع المنحنى مع محور x نعوض $y = 0$ في قاعدة العلاقة: $0 = x^3 - 6x^2 + 8x \Longrightarrow x(x^2 - 6x + 8) = 0 \Longrightarrow x(x-2)(x-4) = 0$ $\Longrightarrow x = 0\,, x = 2, x = 4$
10	$R(x) = \int (x^2 - 3)\, dx = \frac{1}{3}x^3 - 3x + C$ $\Longrightarrow R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x + C$ $R(0) = 0 \Longrightarrow 0 - 0 + C = 0 \Longrightarrow C = 0$ $\Longrightarrow R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x$
11	$s(t) = \int (3t^2 - 12t + 11)\, dt = t^3 - 6t^2 + 11t + C$ $\Longrightarrow s(t) = t^3 - 6t^2 + 11t + C$ $s(0) = 0 \Longrightarrow 0 + 0 + 0 + C = 0 \Longrightarrow C = 0$ $\Longrightarrow s(t) = t^3 - 6t^2 + 11t$ $\Longrightarrow s(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 11(2) = 8 - 24 + 22 = 6$ m
12	$v(t) = \int (6t - 30)\, dt = 3t^2 - 30t + C$ $\Longrightarrow v(t) = 3t^2 - 30t + C$ $v(0) = 72 \Longrightarrow 0 + 0 + 0 + C = 72 \Longrightarrow C = 72$ $\Longrightarrow v(t) = 3t^2 - 30t + 72$ $s(t) = \int (3t^2 - 30t + 72)\, dt = t^3 - 15t^2 + 72t + C$ $\Longrightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + C$ $s(0) = 0 \Longrightarrow 0 + 0 + 0 + C = 0 \Longrightarrow C = 0$ $\Longrightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t$ $\Longrightarrow s(3) = (3)^3 - 15(3)^2 + 72(3) = 27 - 135 + 216 = 108$ m

1	$\int_1^5 10x^{-2}dx = -10x^{-1}\|_1^5$ $= -\frac{10}{x}\Big\|_1^5 = (-2) - (-10) = 8$
2	$\int_0^2 (2x^3 - 4x + 5)dx = \left(\frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 5x\right)\Big\|_0^2$ $= (8 - 8 + 10) - 0 = 10$
3	$\int_1^4 \frac{x^3 + 2x^2}{\sqrt{x}}dx = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{\sqrt{x}} + \frac{2x^2}{\sqrt{x}}\right)dx$ $= \int_1^4 \left(x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}}\right)dx$ $= \left(\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}}\right)\Big\|_1^4$ $= \left(\frac{256}{7} + \frac{128}{5}\right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{4}{5}\right) = \frac{254}{7} + \frac{124}{5} = \frac{2138}{35}$
4	$\int_3^6 \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 dx = \int_3^6 \left(x^2 - 6 + \frac{9}{x^2}\right)dx$ $= \int_3^6 (x^2 - 6 + 9x^{-2})dx$ $= \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x - 9x^{-1}\right)\Big\|_3^6$ $= \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x - \frac{9}{x}\right)\Big\|_3^6$ $= \left(72 - 36 - \frac{3}{2}\right) - (9 - 18 - 3)$ $= \frac{93}{2}$

	$\|x+3\| = \begin{cases} -x-3\,, x<-3 \\ x+3\,, x\geq -3 \end{cases}$ لا أجزىء التكامل لأن 3- لا تقع بين حدي التكامل 0, 5 ويكون $\|x+3\| = x+3$ وفق القاعدة الثانية
5	$\int_0^5 (\|x+3\|-5)dx = \int_0^5 (x+3-5)dx$ $= \int_0^5 (x-2)dx$ $= \left(\frac{1}{2}x^2-2x\right)\Big\|_0^5 = \left(\frac{25}{2}-10\right)-(0-0) = \frac{5}{2}$
6	$\int_0^6 x(6-x)dx = \int_0^6 (6x-x^2)dx$ $= \left(3x^2-\frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_0^6 = \left(108-\frac{216}{3}\right)-(0) = 108-72 = 36$
7	$\int_1^2 \left(6x-\frac{12}{x^4}+3\right)dx = \int_1^2 (6x-12x^{-4}+3)dx$ $= (3x^2+4x^{-3}+3x)\|_1^2$ $= \left(3x^2+\frac{4}{x^3}+3x\right)\Big\|_1^2$ $= \left(12+\frac{1}{2}+6\right)-(3+4+3) = \frac{17}{2}$
	$\|2x-1\| = \begin{cases} -2x+1\,, x<\frac{1}{2} \\ 2x-1\,, x\geq \frac{1}{2} \end{cases}$
8	$\int_0^7 \|2x-1\|dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (-2x+1)dx + \int_{\frac{1}{2}}^7 (2x-1)dx$ $= (-x^2+x)\|_0^{\frac{1}{2}} + (x^2-x)\|_{\frac{1}{2}}^7$ $= \left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)-(0)+(49-7)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) = \frac{85}{2}$

9	$\|6-2x\| = \begin{cases} 6-2x\,, x<3 \\ 2x-6\,, x\geq 3 \end{cases}$ $\int_{-3}^{4}\|6-2x\|dx = \int_{-3}^{3}(6-2x)dx + \int_{3}^{4}(2x-6)dx$ $= (6x-x^2)\|_{-3}^{3} + (x^2-6x)\|_{3}^{4}$ $= (18-9)-(-18-9)+(16-24)-(9-18) = 37$
10	$\int_{1}^{2}\frac{x^2+x^3}{x}dx = \int_{1}^{2}\left(\frac{x^2}{x}+\frac{x^3}{x}\right)dx$ $= \int_{1}^{2}(x+x^2)dx$ $= \left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_{1}^{2} = \left(2+\frac{8}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2}+\frac{7}{3} = \frac{23}{6}$
11	$\int_{3}^{4}(6x^2-4x)dx = (2x^3-2x^2)\|_{3}^{4}$ $= (128-32)-(54-18) = 60$
12	$\int_{10}^{10}\frac{x+1}{x^2}dx = 0$
13	$\int_{2}^{2}f(x)dx = 0$
14	$\int_{1}^{2}(f(x)-5)dx = \int_{1}^{2}f(x)dx - \int_{1}^{2}5dx$ $= \int_{1}^{-3}f(x)dx + \int_{-3}^{2}f(x)dx + \int_{1}^{2}-5dx$ $= -4+5+(-5x)\|_{1}^{2}$ $= 1+(-10)-(-5)$ $= -4$
15	$\int_{-3}^{2}\big(-2f(x)+5g(x)\big)dx = -2\int_{-3}^{2}f(x)dx + 5\int_{-3}^{2}g(x)dx$ $= -2(5)+5(-2) = -20$
16	$\int_{2}^{-3}(g(x)+2x)dx = \int_{2}^{-3}g(x)dx + \int_{2}^{-3}2xdx$ $= -(-2)+(x^2)\|_{2}^{-3} = 2+9-4 = 7$

17	$\int_2^{-3}\big(f(x)+g(x)\big)dx=\int_2^{-3}f(x)dx+\int_2^{-3}g(x)dx$ $=-5+2=-3$
18	$\int_{-3}^{2}\big(4f(x)-3g(x)\big)dx=4\int_{-3}^{2}f(x)dx-3\int_{-3}^{2}g(x)dx$ $=4(5)-3(-2)=26$
19	$\int_{-3}^{6}f(x)dx=\int_{-3}^{2}f(x)dx+\int_{2}^{6}f(x)dx$ $=\int_{-3}^{2}x^2dx+\int_{2}^{6}(8-x)dx$ $=\left(\frac{1}{3}x^3\right)\Big\vert_{-3}^{2}+\left(8x-\frac{1}{2}x^2\right)\Big\vert_{2}^{6}$ $=\left(\frac{8}{3}\right)-(-9)+(48-18)-(16-2)=\frac{83}{3}$
20	$P(t)=\int_0^8\left(5+3t^{\frac{2}{3}}\right)dt$ $=\left(5t+\frac{9}{5}t^{\frac{5}{3}}\right)\Big\vert_0^8$ $=\left(40+\frac{288}{5}\right)-(0)$ $=\frac{488}{5}\approx 98$
21	$\int_2^3(x^2-a)dx=5$ $\left(\frac{1}{3}x^3-ax\right)\Big\vert_2^3=5$ $(9-3a)-\left(\frac{8}{3}-2a\right)=5$ $\frac{19}{3}-a=5$ $a=\frac{4}{3}$

1	$A = -\int_0^1 (x^2 - x)dx + \int_1^2 (x^2 - x)dx$ $= -\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big\|_0^1 + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big\|_1^2$ $= -\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - 0 + \left(\frac{8}{3} - 2\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = 1$
2	$A = \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ $= \int_4^9 x^{-\frac{1}{2}}dx$ $= 2x^{\frac{1}{2}}\Big\|_4^9 = 6 - 4 = 2$
3	$A = \int_{-1}^4 (4 + 3x - x^2)dx$ $= \left(4x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_{-1}^4$ $= \left(16 + 24 - \frac{64}{3}\right) - \left(-4 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{125}{6}$
4	$A = -\int_{-1}^0 (3x^2 + x - 2)dx$ $= -\left(x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x\right)\Big\|_{-1}^0$ $= -\left((0) - \left(-1 + \frac{1}{2} + 2\right)\right) = \frac{3}{2}$
5	$A = \int_{-1}^1 (1 - x^2)dx$ $= \left(x - \frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_{-1}^1$ $= \left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(-1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$

6	$A = -\int_0^1 (x^2-1)dx + \int_1^2 (x^2-1)dx$ $= -\left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)\Big\|_0^1 + \left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)\Big\|_1^2$ $= -\left(\frac{1}{3}-1\right) - 0 + \left(\frac{8}{3}-2\right) - \left(\frac{1}{3}-1\right) = 2$
7	$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \quad \Rightarrow x = -1, x = 1$ بتعويض $x = 0$ نجد أن: $f(0) = 0 - 3 = -3 < 0$ أي أن المنحنى يقع تحت المحور x في الفترة [-1, 1]، ولذا نجد المساحة كالآتي: $A = -\int_{-1}^1 (3x^2-3)dx = \int_{-1}^1 (3-3x^2)dx$ $= (3x - x^3)\|_{-1}^1$ $= (3-1) - (-3+1) = 4$
8	$x^3 - 5x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x^2-5x-6) = 0$ $\Rightarrow x(x-6)(x+1) = 0$ $\Rightarrow x = 0, x = 6, x = -1$ بتعويض $x = 1$ نجد أن: $f(1) = 1 - 5 - 6 = -10 < 0$ أي أن المنحنى يقع تحت المحور x في الفترة [0, 6]، وبتعويض $x = -0.1$ نجد أن: $f(-0.1) = (-0.1)^3 - 3(-0.1)^2 - 6(-0.1) = -0.001 - 0.03 + 0.6 = 0.569 > 0$ أي أن المنحنى يقع فوق المحور x في الفترة [-1, 0]، ولذا فإننا نجد المساحة على النحو الآتي: $A = \int_{-1}^0 (x^3 - 5x^2 - 6x)dx + (-\int_0^6 (x^3 - 5x^2 - 6x)dx)$ $= \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 3x^2\right)\Big\|_{-1}^0 + \left(-\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + 3x^2\right)\Big\|_0^6$ $= (0) - \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{3} - 3\right) + (-324 + 360 + 108) - (0) = \frac{1741}{12}$
9	$x^2(2-x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$ بتعويض $x = 1$ نجد أن: $f(1) = 1(2-1) = 1 > 0$ أي أن المنحنى يقع فوق المحور x في الفترة [0, 2]، ولذا نجد المساحة كالآتي: $A = \int_0^2 x^2(2-x)dx \quad = \int_0^2 (2x^2 - x^3)dx$ $= \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right)\Big\|_0^2 \quad = \left(\frac{16}{3} - 4\right) - (0) = \frac{4}{3}$

10	$4x - x^2 = 0 \implies x(4-x) = 0 \implies x = 0 \ \ or \ \ x = 4$ $A = \int_0^4 (4x - x^2)dx = 2x^2 - \frac{1}{3}x^3\Big\|_0^4 = \frac{32}{3}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{32}{3}$ وحدة مربعة
11	منحنى الاقتران $f(x) = x^2 + 1$ يقع كله فوق محور x $A = \int_{-2}^3 (x^2+1)dx = \frac{1}{3}x^3 + x\Big\|_{-2}^3 = 9 + 3 - \left(\frac{-8}{3} - 2\right) = \frac{50}{3}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{50}{3}$ وحدة مربعة
12	$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \implies x(x^2 - 5x + 6) = 0 \implies x(x-2)(x-3) = 0$ $x = 0 \ \ or \ \ x = 2 \ \ or \ \ x = 3$ $A = \int_0^2 (x^3 - 5x^2 + 6x)dx + (-\int_2^3 (x^3 - 5x^2 + 6x)dx)$ $= (\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2)\Big\|_0^2 - (\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2)\Big\|_2^3$ $= \frac{1}{4}(2^4) - \frac{5}{3}(2)^3 + 3(2)^2 - (\frac{1}{4}(3)^4) - \frac{5}{3}(3)^3 + 3(3)^2) + \frac{1}{4}(2^4) - \frac{5}{3}(2)^3 + 3(2)^2$ $= \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{37}{12}$ وحدة مربعة
13	$P(a, \sqrt{a}) \ \ , \ \ A = \int_0^a \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$ مساحة المستطيل OAPB تساوي: $a\sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة OPA تساوي ثلثي مساحة المستطيل OAPB
14	$V = \int_0^3 \pi(x^2+5)^2 dx = \int_0^3 \pi(x^4 + 10x^2 + 25)dx$ $= \pi\left(\frac{1}{5}x^5 + \frac{10}{3}x^3 + 25x\right)\Big\|_0^3$ $= \pi\left(\left(\frac{243}{5} + 90 + 75\right) - (0)\right) = 213.6\pi$

15

$$V=\int_0^8 \pi\left(\sqrt{x}\right)^2 dx=\int_0^8 \pi x dx=\pi\left(\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^8=32\pi$$

$$\int_a^8 \pi\left(\sqrt{x}\right)^2 dx=\frac{1}{2}V$$

$$\Rightarrow \int_a^8 \pi x dx=16\pi$$

$$\Rightarrow \pi\left(\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_a^8=16\pi$$

$$\Rightarrow \pi\left((32)-\left(\frac{1}{2}a^2\right)\right)=16\pi$$

$$\Rightarrow 32-\frac{1}{2}a^2=16$$

$$\Rightarrow a^2=32$$

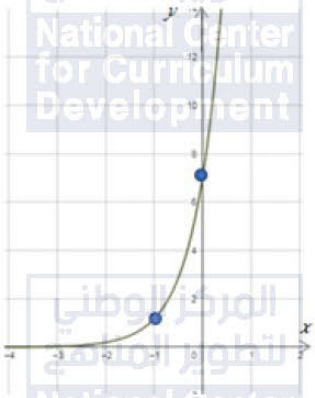
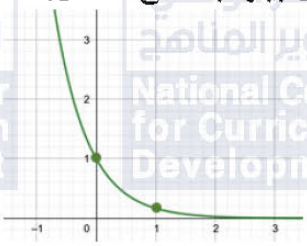
$$\Rightarrow a=\sqrt{32} \quad (\text{لأن } a \text{ موجب})$$

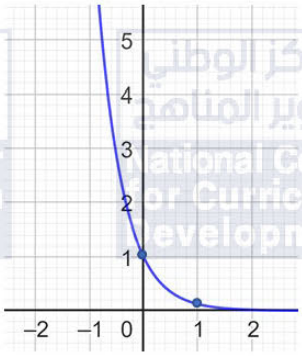
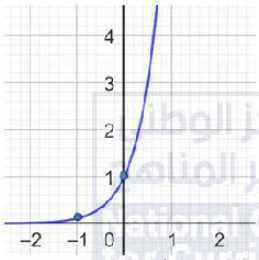
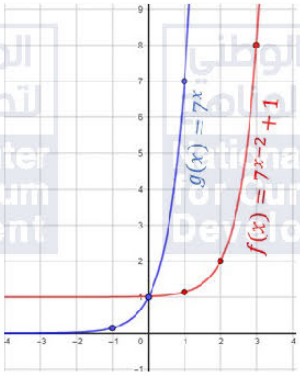
الوحدة السادسة: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

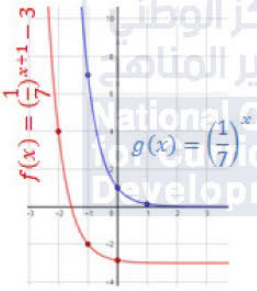
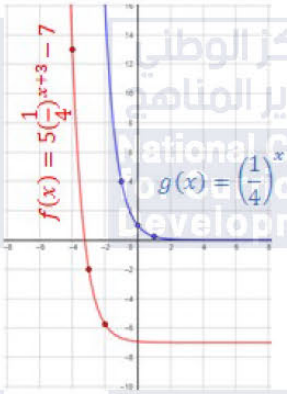
أستعد لدراسة الوحدة

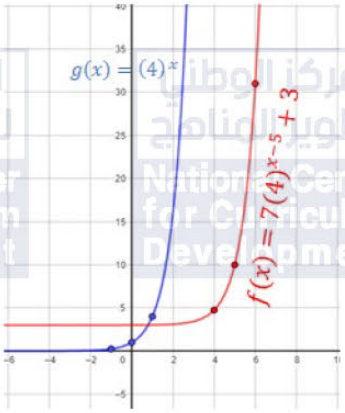
إيجاد قيمة أعداد مكتوبة بالصيغة الأسية صفحة 26	
1	$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$
2	$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
3	$(-15)^2 = (-15) \times (-15) = 225$
4	$(103)^1 = 103$
5	$23^0 = 1$
6	$0^{11} = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$
7	$90^2 = 90 \times 90 = 8100$
8	$50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125000$
9	$100^5 = 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 = 10000000000$
10	$5.1^2 = 5.1 \times 5.1 = 26.01$
حل المعادلات الأسية صفحة 26	
11	$2^{x-1} = 16 \Rightarrow 2^{x-1} = 2^4 \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$
12	$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^8 \Rightarrow 2^{-x} = 2^8 \Rightarrow x = -8$
13	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-y} = \frac{1}{512} \Rightarrow (2)^{3y} = 2^{-9} \Rightarrow y = -3$
14	$4^{x-5} = 32^{2x+1} \Rightarrow (2)^{2x-10} = (2)^{10x+5}$ $\Rightarrow 2x - 10 = 10x + 5 \Rightarrow x = -\frac{15}{8}$
15	$9^x = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow 9^x = 3^{1-x} \Rightarrow x = 1 - x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$
16	$625^{2x+1} = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow (5^4)^{2x+1} = (5)^{0.5} \Rightarrow 5^{8x+4} = (5)^{0.5} \Rightarrow 8x + 4 = 0.5$ $\Rightarrow x = -0.4375$
إيجاد قيم مقادير أسية صفحة 27	
17	$(2^3)^4 = 2^{3\times4} = 2^{12} = 4096$
18	$\frac{5^2}{5^3} = 5^{2-3} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$
19	$(4-7)^3 \times 3^{-8} = (-3)^3 \times 3^{-8} = -3^3 \times 3^{-8} = -3^{-5} = -\frac{1}{3^5} = -\frac{1}{243}$

الدرس الأول: الاقترانات الأسية

1	$f(2) = (13)^2 = 169$
2	$f(3) = 4(5)^3 = 4 \times 125 = 500$
3	$f(3) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
4	$f(4) = -(3)^4 + 7 = -81 + 7 = -74$
5	$f(6) = -(2)^6 + 1 = -64 + 1 = -63$
6	$f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 = \frac{1}{64} - 12 = -\frac{767}{64}$
7	$f(x) = 7(6)^x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0, \infty)$ يقطع المحور y عند $y = 7$ ، ولا يقطع المحور x الاقتران متزايد، وله خط تقارب أفقي معادلته $y = 0$
8	$f(x) = (7)^{-x} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0, \infty)$ يقطع المحور y عند $y = 1$ ، ولا يقطع المحور x الاقتران متناقص، وله خط تقارب أفقي معادلته $y = 0$

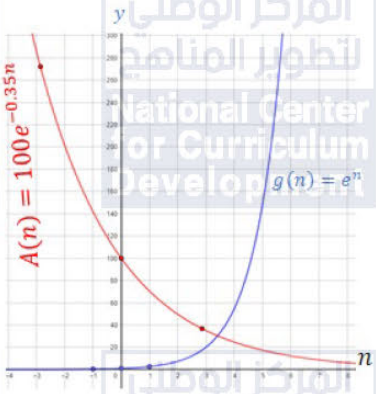
	$f(x)=\left(\frac{1}{8}\right)^x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0,\infty)$ يقطع المحور y عند $y=1$ ، ولا يقطع المحور x الاقتران متناقص، وله خط تقارب أفقي معادلته $y=0$
10	$f(x)=(9)^x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0,\infty)$ يقطع المحور y عند $y=1$ ، ولا يقطع المحور x الاقتران متزايد، وله خط تقارب أفقي معادلته $y=0$
11	$f(x)=7^{x-2}+1$  للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى f(x) أضيف 2 للإحداثي x لنقاط منحنى $g(x)=7^x$، وأضيف 1 للإحداثي y لها، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل. لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y=1$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R، ومدى هذا الاقتران هو $(1,\infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد

12	$f(x)=\left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}-3$ للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى f(x) أطرح 1 من الإحداثي x لنقاط منحنى $g(x)=(\frac{1}{7})^x$، وأطرح 3 من الإحداثي y لها، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.  لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y=-3$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R، ومدى هذا الاقتران هو $(-3,\infty)$ الاقتران متناقص
13	$f(x)=5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3}-7$ للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى f(x) أطرح 3 من الإحداثي x لنقاط منحنى $g(x)=(\frac{1}{4})^x$، وأضرب الإحداثي y في 5، ثم أطرح من الناتج 7، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.  لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y=-7$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R، ومدى هذا الاقتران هو $(-7,\infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص

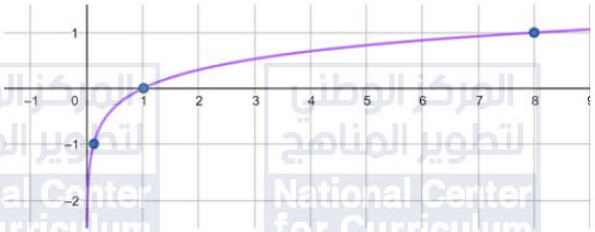
14	$f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$ للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى f(x) أضيف 5 للإحداثي x لنقاط منحنى $g(x)=(4)^x$، وأضرب الإحداثي y في 7، ثم أضيف للناتج 3، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.  لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 3$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R، ومدى هذا الاقتران هو $(3, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
15	$f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $f(0) = 400(2)^0 = 400$
16	$f(12) = 400(2)^{\frac{12}{3}} = 400(2)^4 = 400 \times 16 = 6400$
17	$102400 = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $256 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $(2)^8 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $\frac{x}{3} = 8$ $x = 24$ إذن، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 بعد 24 ساعة.
18	$f(1) = 2(0.75)^1 = 1.5\ \text{m}^3$

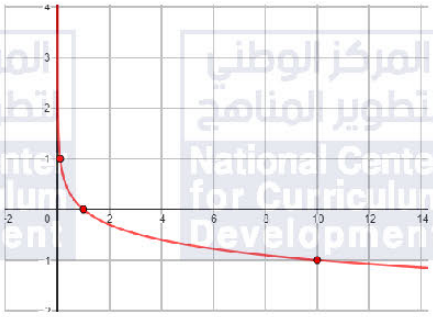
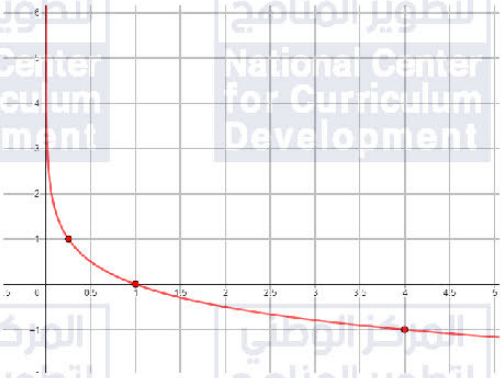
19	$\frac{9}{8} = 2(0.75)^x$ $\frac{9}{16} = (0.75)^x$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ $x = 2$

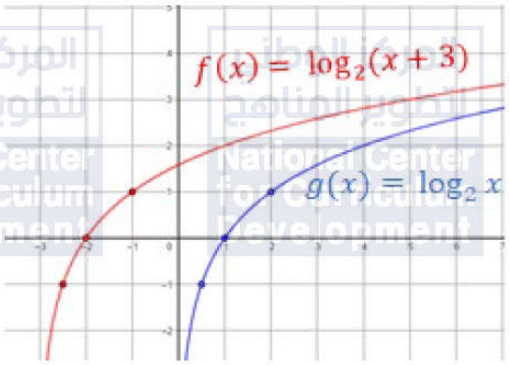
الدرس الثاني: النمو والاضمحلال

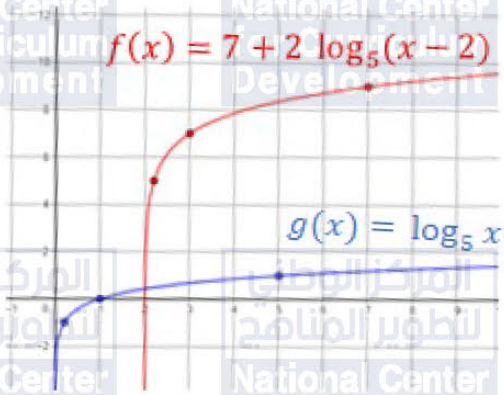
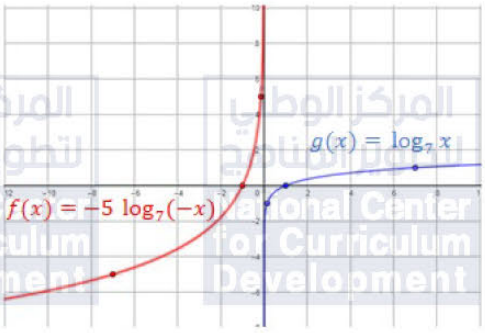
1	$A(t) = a(1+r)^t$ $A(t) = 35000(1+0.02)^t$ $A(t) = 35000(1.02)^t$
2	$A(7) = 35000(1.02)^7 \approx 40204$
3	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 12000(1-0.2)^t$ $A(t) = 12000(0.8)^t$
4	$A(3) = 12000(0.8)^3 = 6144$
5	$A(n) = A_0 e^{-0.35n}$ $A(10) = 100e^{-0.35(10)} \approx 3\ mm^2$
6	 للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى A(n) أضرب الإحداثي x لنقاط منحنى $g(n)= e^n$ في $\frac{-1}{0.35} \approx -2.68$، وأضرب الإحداثي y في 100، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.
7	$A(0) = 100e^{-0.35(0)} = 100$ المقطع y هنا يدل على مساحة الجرح لحظة حدوثه.
8	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 19725(1-0.03)^t$ $A(t) = 19725(0.97)^t$
9	$A(4) = 19725(0.97)^4 \approx$ JD17462
10	$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ $A = 8000\left(1+\frac{0.055}{12}\right)^{12t}$
11	$A = 8000\left(1+\frac{0.055}{12}\right)^{12\times 3} \approx$ JD 9431.59
12	$A = Pe^{rt}$ $A = 60000e^{0.06\times 17} \approx$ JD166391.69

1	$\log_3 729 = 6 \quad \Rightarrow \quad 3^6 = 729$
2	$\log_5 625 = 4 \quad \Rightarrow \quad 5^4 = 625$
3	$\log_{64} 4 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad 64^{\frac{1}{3}} = 4$
4	$\log_{64} 8 = 0.5 \quad \Rightarrow \quad 64^{0.5} = 8$
5	$\log_7 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 7^0 = 1$
6	$\log_{43} 43 = 1 \quad \Rightarrow \quad 43^1 = 43$
7	$4^5 = 1024 \quad \Rightarrow \quad \log_4 1024 = 5$
8	$3^{-4} = \frac{1}{81} \quad \Rightarrow \quad \log_3 \frac{1}{81} = -4$
9	$7^3 = 343 \quad \Rightarrow \quad \log_7 343 = 3$
10	$5^{-2} = 0.04 \quad \Rightarrow \quad \log_5 0.04 = -2$
11	$32^1 = 32 \quad \Rightarrow \quad \log_{32} 32 = 1$
12	$8^0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \log_8 1 = 0$
13	$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$
14	$\log_{81} 9 = y \quad \Rightarrow \quad 81^y = 9$ $(9^2)^y = 9$ $9^{2y} = 9$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$ إذن، $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$
15	$\log_{10} 0.0001 = \log_{10} 10^{-4} = -4$
16	$\log_{\frac{5}{3}} 1 = 0$
17	$\log_{\frac{1}{6}} 6 = y \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{6}\right)^y = 6$ $(6^{-1})^y = 6^1$ $6^{-y} = 6^1$ $-y = 1$ $y = -1$ إذن، $\log_{\frac{1}{6}} 6 = -1$

18	$(10)^{\log_{10}\frac{1}{9}} = \frac{1}{9}$
19	$\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^6}} = \log_3 \frac{1}{3^3} = \log_3 3^{-3} = -3$
20	$\log_b \sqrt[7]{b} = \log_b b^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}$
21	$4^{\log_4 3} = 3$
22	$f(x) = \log_8 x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد

23	$g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متناقص
24	$h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ أكوّن جدول قيم، وأعين النقاط، وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متناقص

31	$f(x) = \log_2(x+3)$ للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى$f(x)$ أطرح 3 من الإحداثي x لنقاط منحنى $g(x) = \log_2 x$، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو $x = -3$ الاقتران متزايد

32	$f(x) = 7 + 2\log_5(x-2)$ للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى$f(x)$ أضيف 2 للإحداثي x لنقاط منحنى $g(x) = \log_5 x$، وأضرب الإحداثي y في 2 وأضيف للناتج7، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو $(2, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو $x = 2$ الاقتران متزايد
33	$f(x) = -5\log_7(-x)$ للحصول على النقاط المفتاحية لمنحنى $f(x)$ أعكس منحنى $g(x) = \log_7 x$ حول المحور y وذلك بضرب الإحداثي x لنقاطه في 1-، ثم أعكسه حول المحور x بضرب الإحداثي y في 1-، وأخيرًا أضرب الإحداثي y في 5 ، وأعين النقاط الجديدة وأصل بينها بمنحنى متصل.  مجال هذا الاقتران هو $(-\infty, 0)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو $x = 0$ الاقتران متزايد

34	$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125(10)$ $\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.125$ $10^{-0.125} = \frac{I}{12}$ $I = 12 \times 10^{-0.125} \approx 9$ lumen

1	$\log_a \frac{3}{7} = \log_a 3 - \log_a 7$ $\approx 0.528 - 0.936$ ≈ -0.408
2	$\log_a 21 = \log_a 3 \times 7$ $= \log_a 3 + \log_a 7$ $\approx 0.528 + 0.936$ ≈ 1.464
3	$\frac{\log_a 3}{\log_a 7} \approx \frac{0.528}{0.936} \approx 0.56$
4	$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7$ $\approx 0 - 0.936$ ≈ -0.936
5	$\log_a 441 = \log_a 21^2$ $= 2\log_a 21$ $= 2\log_a(3 \times 7)$ $= 2(\log_a 3 + \log_a 7)$ $\approx 2(0.528 + 0.936)$ $\approx 2 \times 1.464$ ≈ 2.928
6	$\log_a \frac{49}{27} = \log_a 49 - \log_a 27$ $= \log_a 7^2 - \log_a 3^3$ $= 2\log_a 7 - 3\log_a 3$ $\approx 2(0.936) - 3(0.528)$ $\approx 1.872 - 1.584$ ≈ 0.288

7	$\log_a(7a^2) = \log_a 7 + \log_a a^2$ $= \log_a 7 + 2\log_a a$ $\approx 0.936 + 2$ ≈ 2.936
8	$\log_a \sqrt[4]{81} = \log_a \sqrt[4]{3^4}$ $= \log_a 3$ ≈ 0.528
9	$(\log_a 3)(\log_a 7) \approx 0.528 \times 0.936$ ≈ 0.494
10	$\log_a x^7 = 7\log_a x$
11	$\log_a\left(\frac{ac}{b}\right) = \log_a ac - \log_a b$ $= \log_a a + \log_a c - \log_a b$ $= 1 + \log_a c - \log_a b$
12	$\log_a\left(\sqrt{x}\right) = \log_a x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_a x$
13	$\log_a\left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right) = \log_a \sqrt{xy} - \log_a z$ $= \log_a (xy)^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \frac{1}{2}\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y - \log_a z$
14	$\log_a \frac{1}{x^3 y^4} = \log_a 1 - \log_a x^3 y^4$ $= \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4)$ $= 0 - (3\log_a x + 4\log_a y)$ $= -3\log_a x - 4\log_a y$

15	$\log_a \sqrt[7]{128x^7} = \log_a \sqrt[7]{128} \times \sqrt[7]{x^7}$ $= \log_a 2x$ $= \log_a 2 + \log_a x$
16	$\log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5y^{-2})^3} = \log_a \frac{x^{-4}y^8}{x^{15}y^{-6}}$ $= \log_a x^{-19}y^{14}$ $= \log_a x^{-19} + \log_a y^{14}$ $= -19\log_a x + 14\log_a y$
17	$\log_a \sqrt{\frac{x^2y^3}{z^3}} = \log_a \frac{\sqrt{x^2}\sqrt{y^3}}{\sqrt{z^3}}$ $= \log_a \frac{xy^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{3}{2}}}$ $= \log_a xy^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}}$ $= \log_a x + \log_a y^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}}$ $= \log_a x + \frac{3}{2}\log_a y - \frac{3}{2}\log_a z$
18	$\log_a(x-y+z)^9 = 9\log_a(x-y+z)$
19	$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
20	$\log_b(b-1) + 2\log_b b = \log_b(b-1) + \log_b b^2$ $= \log_b b^2(b-1)$
21	$\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} = \log_a \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \log_a x$

22	$\log_a(x^2-25)-\log_a(x+5)=\log_a\frac{(x^2-25)}{(x+5)}$ $=\log_a\frac{(x+5)(x-5)}{(x+5)}$ $=\log_a(x-5)$
23	$3\log_b 1-\log_b b=3(0)-1=-1$
24	$8\log_b x+4\log_b y-\frac{1}{2}\log_b z=\log_b x^8+\log_b y^4-\log_b z^{\frac{1}{2}}$ $=\log_b x^8y^4-\log_b z^{\frac{1}{2}}$ $=\log_b\frac{x^8y^4}{z^{\frac{1}{2}}}=\log_b\frac{x^8y^4}{\sqrt{z}}$
25	$T(a)=10+20\log_6(a+1)$ $f(11)=10+20\log_6(11+1)$ $=10+20\log_6(12)$ $=10+20\log_6(6\times 2)$ $=10+20(\log_6 6+\log_6 2)$ $\approx 10+20(1+0.3869)$ $\approx 10+20(1.3869)$ $\approx 10+27.738$ ≈ 37.738 قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ JD 11000 على الإعلانات هو JD 37738

1	$\log 17 \approx 1.2$
2	$\log(1.5 \times 10^{-4}) \approx -3.8$
3	$\ln 2.3 \approx 0.8$
4	$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} \approx 3.9$
5	$\log_5 e^7 = 7 \times \frac{\ln e}{\ln 5} \approx 4.3$
6	$\ln 7 \approx 2.0$
7	$\log_5 27 = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2.05$
8	$\log_{\frac{1}{4}} 19 = \frac{\log 19}{\log \frac{1}{4}} \approx -2.12$
9	$\log_7 8 = \frac{\log 8}{\log 7} \approx 1.07$
10	$\log_8 \frac{1}{8} = -1$
11	$\log 10000 = 4$
12	$\log_3 18 = \frac{\log 18}{\log 3} \approx 2.63$
13	$5^x = 120$ $\log 5^x = \log 120$ $x \log 5 = \log 120$ $x = \frac{\log 120}{\log 5} \approx 2.9746$

14	$-4e^{4x} = -64$ $e^{4x} = 16$ $\ln e^{4x} = \ln 16$ $4x = \ln 16$ $x = \frac{\ln 16}{4} \approx 0.6931$
15	$3^{2x+1} = 7^{5x}$ $\log 3^{2x+1} = \log 7^{5x}$ $(2x+1)\log 3 = (5x)\log 7$ $2x\log 3 + \log 3 = 5x\log 7$ $2x\log 3 - 5x\log 7 = \log 3$ $x(2\log 3 - 5\log 7) = \log 3$ $x = \frac{\log 3}{2\log 3 - 5\log 7} \approx -0.1459$
16	$64^x + 2(8)^x - 3 = 0$ $(8^x)^2 + 2(8)^x - 3 = 0$ $u^2 + 2u - 3 = 0$ $(u+3)(u-1) = 0$ $u = -3$ أو $u = 1$ $8^x = -3$ أو $8^x = 1$ المعادلة $8^x = -3$ ليس لها حل لأن $8^x > 0$ لجميع قيم x. $8^x = 1 \quad \Rightarrow x = \log_8 1 = 0$
17	$7(4)^x = 49$ $(4)^x = 7$ $\log(4)^x = \log 7$ $x\log 4 = \log 7$ $x = \frac{\log 7}{\log 4} \approx 1.4037$

18	$21^{x-1} = 3^{7x+1}$ $\log 21^{x-1} = \log 3^{7x+1}$ $(x-1)\log 21 = (7x+1)\log 3$ $x\log 21 - \log 21 = 7x\log 3 + \log 3$ $x\log 21 - 7x\log 3 = \log 21 + \log 3$ $x(\log 21 - 7\log 3) = \log 21 + \log 3$ $x = \dfrac{\log 21 + \log 3}{\log 21 - 7\log 3} \approx -0.8918$
19	$\log_x 216 = 3 \Rightarrow x^3 = 216$ $\Rightarrow x = \sqrt[3]{216} = 6$
20	$\log_x 4 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 4$ $\Rightarrow x = 16$
21	$\log_x 27 = 1.5 \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 27$ $\Rightarrow x = \sqrt[3]{27^2} = 9$
22	$\log_3(x^2-15) = \log_3 2x \Rightarrow x^2 - 15 = 2x$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ $\Rightarrow (x+3)(x-5) = 0$ $\Rightarrow x = 5$
23	$\log_2(x^2-4) = \log_2 3x \Rightarrow x^2 - 4 = 3x$ $\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ $\Rightarrow (x+1)(x-4) = 0$ $\Rightarrow x = 4$
24	$\log_{x-1} 1024 = 5 \Rightarrow (x-1)^5 = 1024$ $\Rightarrow x - 1 = \sqrt[5]{1024} = 4$ $\Rightarrow x = 5$

25	$P = \log_{\frac{2}{3}} \frac{E}{11.81}$ $8.1 = \log_{\frac{2}{3}} \frac{E}{11.81}$ $\frac{E}{11.81} = \left(\frac{2}{3}\right)^{8.1}$ $E = 11.81\left(\frac{2}{3}\right)^{8.1} \approx 0.44$
26	$N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ $N(0) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05(0)}} = \frac{2000}{4} = 500$
27	$700 = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ $1 + 3e^{-0.05t} = \frac{2000}{700}$ $3e^{-0.05t} = \frac{20}{7} - 1$ $3e^{-0.05t} = \frac{13}{7}$ $e^{-0.05t} = \frac{13}{21}$ $\ln e^{-0.05t} = \ln \frac{13}{21}$ $-0.05t = \ln \frac{13}{21}$ $t = -\frac{\ln \frac{13}{21}}{0.05} \approx 9.6$ بعد 9.6 سنة تقريبًا يصبح عدد الأرانب في المحمية 700 أرنب.